

# Η πρώτη ακριβής μέτρηση ύψους βουνού από τον Ξεναγόρα στο αρχαίο Πύθιο Ολύμπου της Περραιβικής Τρίπολης

## Α. Φωτίου

Καθηγητής ΑΠΘ, Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας,  
Εργαστήριο Γεωδαιτικών Μεθόδων και Δορυφορικών Εφαρμογών, Πολυτεχνική Σχολή,  
Τμήμα Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
[afotiou@topo.auth.gr](mailto:afotiou@topo.auth.gr)

## The first accurate measurement of a mountain's height by Xenagoras at the ancient city Pythion of Olympos in Perrhaebian Tripolitis

### Aristeidis Fotiou

Professor, Aristotle University of Thessaloniki, Department of Geodesy and Surveying  
([afotiou@topo.auth.gr](mailto:afotiou@topo.auth.gr)) .

**Περίληψη:** Μεταξύ διαφόρων μετρήσεων ύψους βουνών στην αρχαιότητα, εκείνη που ξεχωρίζει και εκπλήσσει για την ακρίβειά της είναι η υψομέτρηση κορυφής του Δυτικού Ολύμπου από τον Ξεναγόρα, πιθανότατα της κορυφής με την ονομασία Φλάμπουρο. Η ιστορική πηγή είναι ο Πλούταρχος και αναφέρεται στο έργο του Βίοι Παράλληλοι, για το ρωμαίο στρατηγό Αιμίλιο Παύλο, λίγο πριν από τη μάχη της Πύδνας (168 π.Χ.) εναντίον του Μακεδόνα βασιλιά Περσέα. Η μέτρηση του Ξεναγόρα περιγράφεται λεκτικά σε επιγραφή που υπήρχε στο ιερό του Πυθίου Απόλλωνα, στο αρχαίο Πύθιο της Περραιβικής Τρίπολης, δύο περίπου χιλιόμετρα από το σημερινό Πύθιο Ελασσόνας. Ο ναός του Απόλλωνα έχει αποκαλυφτεί τα τελευταία χρόνια με αρκετά ευρήματα που τεκμηριώνουν την ιστορία της περιοχής. Στην παρούσα εργασία μετά από την αναφορά και σχολιασμό των ιστορικών πηγών για τις διάφορες μετρήσεις ύψους βουνών στην αρχαιότητα καθώς και την περιγραφή της θέσης και του ρόλου της Περραιβικής Τρίπολης, περιγράφεται αναλυτικά η μέτρηση του Ξεναγόρα και δίνεται η απόκλιση από την ακριβή της τιμή. Έμφαση δίνεται στη μεθοδολογία των μετρήσεων, η οποία είναι παρόμοια με προβλήματα-προτάσεις του Ήρωνα του Αλεξανδρέα. Τέλος, μελετάται η επίδραση των σφαλμάτων και αβεβαιοτήτων των μετρήσεων του Ξεναγόρα και εξάγονται συμπεράσματα που τεκμηριώνουν τη μεγαλύτερη για την εποχή εκείνη ακρίβεια της πρώτης επιστημονικής μέτρησης ύψους βουνού.

## 1. Η μέτρηση ύψους βουνών στην αρχαιότητα

Οι πρώτες γνωστές μετρήσεις ύψους βουνών, οι οποίες βασίζονται σε κάποια επιστημονική μέθοδο ή εκτίμηση, έγιναν από τους Δικαίαρχο (350–285 π.Χ.), Ερατοσθένη (276–195 π.Χ.) και Ξεναγόρα (~ 3ος – 2ος αιών. π.Χ.). Οι μετρήσεις αυτές αφορούν στην ελληνική αρχαιότητα και πιο συγκεκριμένα μεταξύ 4ου π.Χ. και 2ου π.Χ. αιώνα (Leake 1835, Kurz 1923, Cajoli 1929, Κηπουρός 2000, Lewis 2001, Τσιμπουράκης 2002, Ρωσσικόπουλος 2006). Πηγές σχετικών πληροφοριών αποτελούν κυρίως Έλληνες φιλόσοφοι, αστρονόμοι, μαθηματικοί, γεωγράφοι και ιστορικοί της κλασικής και ελληνιστικής αρχαιότητας καθώς και των ρωμαϊκών χρόνων. Οι πληροφορίες αυτές αναπαράγονται, εμπλουτίζονται και ερμηνεύονται από μεταγενέστερους Ρωμαίους, Βυζαντινούς και σύγχρονους επιστήμονες, ιστορικούς και αρχαιολόγους, όχι πάντοτε με επιτυχία.

Πρέπει να τονιστεί ότι μία σοβαρή αιτία λαθών, που ανευρίσκονται σε διάφορες αναφορές, σχόλια ή μελέτες, αποτελεί η ταύτιση της έννοιας του υψομέτρου από τη μέση στάθμη της θάλασσας (γεωειδές) με την υψομετρική διαφορά ως προς μια διαφορετική στάθμη αναφοράς. Αυτό συμβαίνει λόγω της μη ορθής μετάφρασης και απόδοσης των αρχαίων ελληνικών κειμένων, σε ξένες συνήθως γλώσσες αλλά και στα ελληνικά έτσι όπως μεταφέρθηκαν από τις ξενόγλωσσες πηγές.

Για τον Έλληνα γεωμέτρη Ξεναγόρα, που θα αναφερθούμε αναλυτικότερα παρακάτω, μοναδική πηγή πληροφοριών αποτελεί ο γνωστός Έλληνας ιστορικός και βιογράφος Πλούταρχος (46–120 μ.Χ.).

Στον σημαντικό φιλόσοφο και γεωγράφο Δικαίαρχο, μαθητή του Αριστοτέλη (384–322 π.Χ.) και σύγχρονο του Ευκλείδη (325–265 π.Χ.), αποδίδονται μετρήσεις βουνών σύμφωνα με το έργο του "Καταμετρήσεις των εν Ελλάδι ορών" ή μέρος αυτού του έργου που αφορά στην στην Πελοπόννησο.

Ο Έλληνας φιλόσοφος και μαθηματικός Θέων ο Σμυρναίος (1ος–2ος π.Χ. αιών.) αναφέρει στο έργο του "Τα κατά μαθηματικών χρήσιμα εις την Πλάτωνος ανάγνωσιν" ότι ο Δικαίαρχος και ο Ερατοσθένης μέτρησαν σε περίπου 10 στάδια την υψομετρική διαφορά ("υπεροχή κατά κάθετον") των υψηλότερων κορυφών των βουνών ως προς τα χαμηλότερα σημεία τους στη γη (κοιλάδα ή πεδιάδα) και ότι ο προσδιορισμός αυτός διαπιστώνεται και σήμερα με σκοπευτικά όργανα όπως είναι οι διόπτρες που μετρούν εξ αποστάσεως τα μεγέθη αυτά.

Ανάλογα με την τιμή του σταδίου που δεν ήταν σταθερή, με αντιπροσωπευτικές τιμές για τον ελληνικό χώρο 185 m (αττικό στάδιο) ή 192 m (ολυμπιακό στάδιο), προκύπτει το αντίστοιχο μέγεθος σε μέτρα. Ο αστρονόμος και μαθηματικός Γεμίνοσ ο Ρόδιος (1ος αιών. π.Χ.), πιθανώς μαθητής του Ποσειδωνίου (135–51 π.Χ.), βασιζόμενος στις ίδιες πηγές με τον Θέωνα τον Σμυρναίο, αναφέρει στο έργο του "Εισαγωγή εις τα φαινόμενα" ότι ο Δικαίαρχος μέτρησε το ύψος της Κυλλήνης (βουνό της Κορινθίας, το δεύτερο υψηλότερο της Πελοποννήσου μετά τον Ταΰγε-

το) και το υπολόγισε λίγο μικρότερο από 15 στάδια (2775 m ή 2880 m) με ακριβή τιμή 2375 m, δηλαδή με σφάλμα 17% ή 21%.

Την τιμή των 15 σταδίων αλλά και των 20 σταδίων αναφέρει και ο γνωστός έλληνας γεωγράφος και ιστορικός Στράβων (63 π.Χ. – 24 μ.Χ.) στη Γεωγραφία του, παίρνοντας υπόψη αναφορές από άλλους συγγραφείς. Επίσης, ο Στράβων αναφέρει ότι ο έλληνας ιστορικό Πολύβιος (203–120 π.Χ.) διατύπωσε την άποψη ότι ο Δικαίαρχος και ο Ερατοσθένης ασχολήθηκαν επιστημονικά με το σχετικό θέμα της υψομέτρησης. Από τον ρωμαίο φιλόσοφο και ιστορικό Πλίνιο τον πρεσβύτερο (23–79 μ.Χ.) αναφέρεται ότι και ο Ευκλείδης έχει κάνει την εκτίμηση των 10 σταδίων.

Ο σημαντικός μαθηματικός, αστρονόμος και σύγχρονος του Αρχιμήδη (287 –212 π.Χ), ο θεμελιωτής της Γεωδαισίας Ερατοσθένης έζησε κυρίως στην Αλεξάνδρεια, όπου διητέλεσε και Διευθυντής της περίφημης βιβλιοθήκης. Είναι γνωστός και τιμάται περισσότερο επειδή πρώτος μέτρησε με επιστημονικές μεθόδους την περιφέρεια της γης (Φωτίου, 2007). Υποστηρίζεται ότι ο ίδιος δεν πρέπει να έχει ασχοληθεί και μετρήσει ύψη βουνών αλλά ότι δέχονταν τα αποτελέσματα του Δικαίαρχου.

Από τον Στράβωνα, χωρίς να κατονομάζεται ποιος πραγματοποίησε τη μέτρηση, γίνεται αναφορά ότι το ύψος του βουνού Ακροκόρινθος προσδιορίστηκε στα 3.5 στάδια (648 m ή 672 m) με σημερινή τιμή 574 m, δηλαδή με σφάλμα 13% ή 17%. Στην πηγή αυτή παρατηρούμε ότι η μέτρηση σε στάδια δεν είναι στρογγυλοποιημένη στο ένα ή πιθανώς στα πέντε στάδια, όπως παραπάνω, αλλά στο μισό στάδιο. Το γεγονός αυτό αποτελεί ένδειξη ότι από κάποια εποχή και μετά τα όργανα και οι μέθοδοι μετρήσεων προσέφεραν τη δυνατότητα για περισσότερο ακριβείς εκτιμήσεις υψομέτρων, με τη χρήση διόπτρας ή άλλων οργάνων και των μαθηματικών και της γεωμετρίας του Θαλή (635 –547 π.Χ), του Ευδόξου (408 –355 π.Χ), του Ευκλείδη, του Αρχιμήδη, του Ποσειδωνίου, του Ιππάρχου (τέλη 2ου – αρχές 1ου π.Χ. αιών.) και αργότερα του Ήρωνα του Αλεξανδρέα (1ος αιών. μ.Χ).

Ο έλληνας ιστορικός, ερευνητής και μυθογράφος Απολλόδωρος ο Αθηναίος (180-110 π.Χ.), στο έργο του "Περί νεών" (κατάλογος πλοίων και ηγετών πόλεων, περιγραφή πόλεων και ηγετών που αναφέρονται στην Ιλιάδα του Ομήρου για την εκστρατεία στην Τροία), βασισμένος στην προεργασία του Ερατοσθένη (Lewis 2001), αναφέρει ότι το ύψος της Κυλλήνης είναι 9 στάδια μείον 80 πόδες. Σύμφωνα με την αναλογία του Πλίνιου, 1 στάδιο = 625 πόδες, προκύπτει η τιμή των 8.87 σταδίων, η οποία αντιστοιχεί σε 1641 m ή 1703 m ανάλογα με την συνήθη τιμή του σταδίου (185 m ή 192 m) που αναφέρθηκε προηγουμένως. Καταρχάς σημειώνουμε ότι το ύψος της Κυλλήνης, που αναφέρθηκε παραπάνω, έχει ακριβές υψόμετρο 2375 m. Κατά συνέπεια προκύπτει μία μεγάλη διαφορά, όπως έχει επισημανθεί από μερικούς μελετητές όπως π.χ. από τον Cajoli (1929). Όμως με μια πιο προσεκτική μελέτη, όπως αναφέρεται και από τον Lewis (2001), διαπιστώνεται ότι

η μέτρηση αυτή αποτελεί υψομετρική διαφορά και όχι απόλυτο υψόμετρο από το γεωειδές. Η περιοχή από την οποία είναι ορατή η κορυφή της Κυλλήνης είναι το βόρειο τμήμα της κοιλάδας, της αρχαίας Αρκαδικής πόλης Φενεού με απόλυτο υψόμετρο περίπου 700 m ή υψομετρική διαφορά περίπου  $(2375-700)=1675$  m από την κορυφή του βουνού (βλέπε π.χ. και Google Earth). Κατά συνέπεια, η μετρηθείσα υψομετρική διαφορά είναι 1641 m ή 1703 m ανάλογα με την τιμή του σταδίου, και διαφέρει πολύ λίγο, 34 m ή 28 m από την ακριβή τιμή. Δηλαδή η μέτρηση έγινε με ένα σφάλμα περίπου 2% και σε κάθε περίπτωση πρόκειται για μια ακριβή υψομέτρηση. Αρκετά στοιχεία του παραπάνω έργου του Απολλόδωρου συμπεριλήφθησαν στη Γεωγραφία του Στράβωνα.

Πέρα από την ακριβή υψομέτρηση του άγνωστου γεωμέτρη του Απολλόδωρου θα αναφερθούμε στη συνέχεια σε μία ακόμα ακριβή υψομέτρηση κορυφής του Δυτικού Ολύμπου από τον Ξεναγόρα, η οποία παρουσιάζει μεγαλύτερο ενδιαφέρον τόσο ως προς τις αρχαίες πηγές όσο και ως προς τα πρόσφατα ευρήματα της αρχαιολογικής σκαπάνης.

## **2. Η υψομέτρηση του Ξεναγόρα στο ναό του Πυθίου Απόλλωνος**

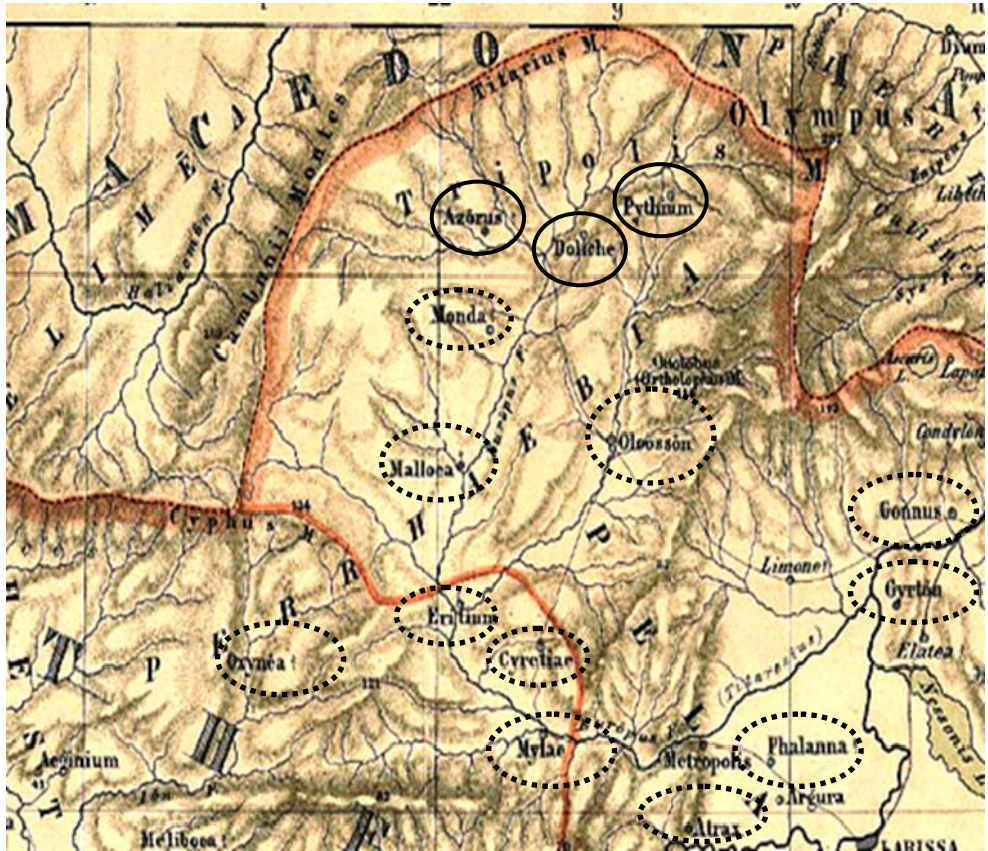
Για να αξιολογηθεί η μέτρηση του Ξεναγόρα και η ακρίβειά της θα πρέπει να αναφερθούμε:

- α) στην ιστορική Περραιβική Τρίπολη και ιδιαίτερα στο αρχαίο Πύθιο Ολύμπου, όπου πρόσφατα ήρθε στο φως το ιερό του Απόλλωνα και
- β) στην επιγραφή επί του ιερού σύμφωνα με τον Πλούταρχο.

Στη συνέχεια θα τεθεί το θέμα της μεθοδολογίας του Ξεναγόρα και θα δοθεί μία ικανοποιητική εκτίμηση της αβεβαιότητας ή της ακρίβειας της μέτρησης η οποία επαληθεύεται με βάση ακριβείς μετρήσεις.

### **2.1 Η ιστορική Περραιβική Τρίπολη**

Η αρχαία Περραιβία αποτελεί το βόρειο τμήμα της Θεσσαλίας, που αρχίζει λίγο βορειότερα από τον Πηνειό ποταμό και τη Λάρισα ως τα σύνορα με τη Μακεδονία. Συγκεκριμένα, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1, η Περραιβία εκτείνεται προς τα Δυτικά ως τα Καμβούνια όρη, προς τα Βόρεια ως το όρος Τίταρος (πριν από τα Πιέρια) και προς τα Βορειοανατολικά ως τον ορεινό όγκο του Ολύμπου (σύνορα με Πιέρια). Σύμφωνα με τις αρχαίες πηγές, στα Βόρεια προς τη Μακεδονία ήταν τα σύνορα με την Ελιμιώτιδα (περιοχές Νομών Κοζάνης και Πιερίας) ενώ στα Νότια η Περραιβία συνόρευε με την Εστιαιώτιδα (περιοχή Ν. Τρικάλων) και την Πελασγιώτιδα (περιοχή Ν. Λαρίσης). Τα σύνορα αρκετές φορές μεταβάλλονταν ανάλογα με τις εδαφικές κατακτήσεις και επιρροές μεταξύ διαφόρων πόλεων, βασιλείων ή και αυτοκρατοριών.



**Σχήμα 1.** Τμήμα χάρτη αρχαίας Περραιβίας (H. Kiepert, έκδ.1894): Στο βόρειο τμήμα βρίσκεται η Περραιβική Τρίπολη με τις τρεις πόλεις Pythium, Doliche, Azorus (ελλείψεις με συνεχή γραμμή) ενώ στην υπόλοιπη έκταση παρατηρούμε και άλλες πόλεις της Περραιβίας (ελλείψεις με διακεκομμένη γραμμή),

<http://www.lib.uchicago.edu/e/collections/maps/kiepert/>

Οι Περραιβοί, αυτόχθονο πρωτοελληνικό φύλλο, είχαν συμπολιτεία/ αμφικτιονία, γνωστή ως "το Κοινόν των Περραιβών" με ψήφους στους Δελφούς, δικά τους νομίσματα και αυτόνομη διοικητική οργάνωση. Οι Περραιβικές πόλεις ήκμασαν κυρίως από τον 5<sup>ο</sup> έως τα μέσα του 2<sup>ου</sup> π.Χ. αιώνα. Αρκετές αρχαίες πόλεις έχουν εντοπισθεί μέχρι σήμερα, μερικές εκ των οποίων στις ίδιες θέσεις ή πολύ κοντά με τις αντίστοιχες σημερινές. Μεταξύ αυτών η Ολοσσών ή Ολοοσσών (Ελασσόνα), οι Γόννοι, η Χυρετία (Δομένικο), η Μύλαι (Δαμάσι) και οι πόλεις της Περραιβικής Τρίπολης Πύθιον, Δολίχη και Άζωρος, λίγα μόλις χιλιόμετρα από τις σημερινές τους θέσεις.

Από τα μέσα του 4<sup>ου</sup> π.Χ. αιώνα η Περραιβία προσαρτήθηκε, από τον πατέρα του Μεγάλου Αλεξάνδρου βασιλιά Φίλιπο Β' (382 - 336 π.Χ.), στη Μακεδονία ως τμήμα της Ελιμιώτιδας. Το καθεστώς αυτό διατηρήθηκε μέχρι την κατάληψη της

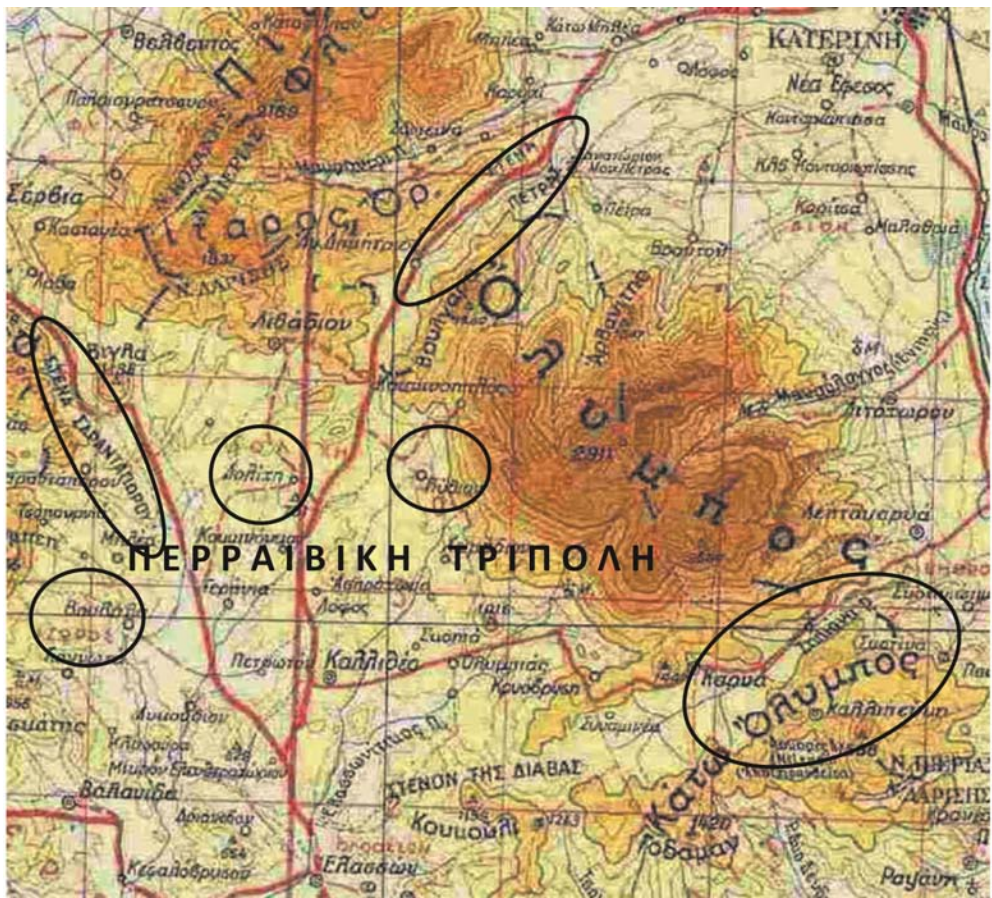
Μακεδονίας από τους Ρωμαίους (168 π.Χ.). Το 27 π.Χ. οι Ρωμαίοι ενέταξαν την Περραιβία στη Θεσσαλική επαρχία σύμφωνα με τη δική τους διοικητική διαίρεση. Μέχρι και περίπου τον 3<sup>ο</sup> π.Χ αιώνα η Περραιβία παραμένει με παρόμοιες δομές. Στους επόμενους αιώνες αλλά και στη διάρκεια της Βυζαντινής αυτοκρατορίας, η Περραιβία και οι Περραιβοί σπάνια αναφέρονται με αυτές τις ονομασίες. Σημειώνουμε ότι εξακολουθούν να διατηρούν την ζωντάνια τους, όπως προκύπτει για παράδειγμα από τα σημαντικότερα παλαιοχριστιανικά και Βυζαντινά μνημεία και ναούς που διασώζονται στην περιοχή. Επί Τουρκοκρατίας ή επί κατακτήσεων από γειτονικούς λαούς αρκετά ονόματα πόλεων, κοινοτήτων και τοπωνυμίων άλλαξαν, για να επανέλθουν στις παλαιότερες αρχαιότερες ονομασίες τους μετά την απελευθέρωση.

Από τον 16<sup>ο</sup> αιώνα και μετά, στο πλαίσιο της αναγέννησης και της ουμανιστικής παιδείας, μέσα από την έκδοση σπουδαίων ατλάντων και χαρτών καθώς και με τη μεταφορά κλασικών έργων της ελληνικής αρχαιότητας στη Δύση, συντελείται ο ορισμός του διάσπαρτου ελληνισμού και του ενιαίου ελληνικού χώρου (Τόλιας 2008). Αρχαία τοπωνύμια και πόλεις εμφανίζονται σε διάσημους χάρτες και άτλαντες σπουδαίων ευρωπαϊών χαρτογράφων και εκδοτών. Χαρακτηριστική είναι και η έκδοση της Χάρτας του Ρήγα Βελεστινλή, όπου μεταξύ άλλων, αναφέρονται τα ονόματα των Πόλεων της Περραιβικής Τρίπολης, Πύθιο, Δολίχη και Άζωρος. Στους νεότερους χρόνους ο Χρυσάφης Χατζηβασίλης, από την περιοχή του Ολύμπου, αγωνιστής του Εικοσιένα και στενός συνεργάτης του Ρήγα, χρησιμοποιεί το ψευδώνυμο "Χριστόφορος Περραιβός" για να αναδείξει το ιστορικό ελληνικό παρελθόν της Περραιβίας σύμφωνα και με το όραμα του Ρήγα.

Αναφορές για την Περραιβία και την Περραιβική Τρίπολη βρίσκουμε στα Ομηρικά έπη, σε Ορφικούς Ύμνους, σε έλληνες ιστορικούς και γεωγράφους της αρχαιότητας (Ηρόδοτος, Θουκυδίδης, Στράβων, Πτολεμαίος), σε ρωμαίους ιστορικούς (Τίτος Λίβιος) και σε αρκετούς ευρωπαϊούς ιστορικούς και χαρτογράφους των τελευταίων αιώνων. Στις μέρες μας έλληνες αρχαιολόγοι, μέσω των ανασκαφών των αρμοδίων Εφορειών, έφεραν στο φως και άλλα σπουδαία αρχαία και βυζαντινά μνημεία που μαρτυρούν και αναδεικνύουν την ιστορία της περιοχής.

Η "Περραιβική Τρίπολις" αποτελεί το βορειότερο τμήμα της Περραιβίας. Είναι μία λοφώδης πεδιάδα, 15 περίπου χιλιόμετρα βόρεια της Ελασσόνας, που περικλείεται βορειοανατολικά από τον Όλυμπο, προς το Βορρά από το όρος Τίταρος, από τα Καμβούνια όρη (Αμάρμπεης) προς τα Δυτικά - Νοτιοδυτικά ενώ διαρρέεται από τον παραπόταμο του Πηνειού, τον Ομηρικό Τιταρρήσιο (Σχήμα 2). Οι τρεις πόλεις, το Πύθιο, η Δολίχη και η Άζωρος, προσδίδουν και την ονομασία "Τριπολίτις" η οποία διατηρήθηκε και ως «Τριπολιάνα» και τελευταία ως «Τοπόλιανη». Στις πρόσφατες ανασκαφές της δεκαετίας του 1990 και του 2000, βρέθηκε και ένα νόμισμα του τέλους του 4ου π.Χ. αιώνα, όπου στη μία όψη φέρει δαφνοστεφανωμένο τον Απόλλωνα και στην άλλη τριποδικό λέβητα με την επιγραφή *ΤΡΙΠΟΛΙΤΑΝ*.

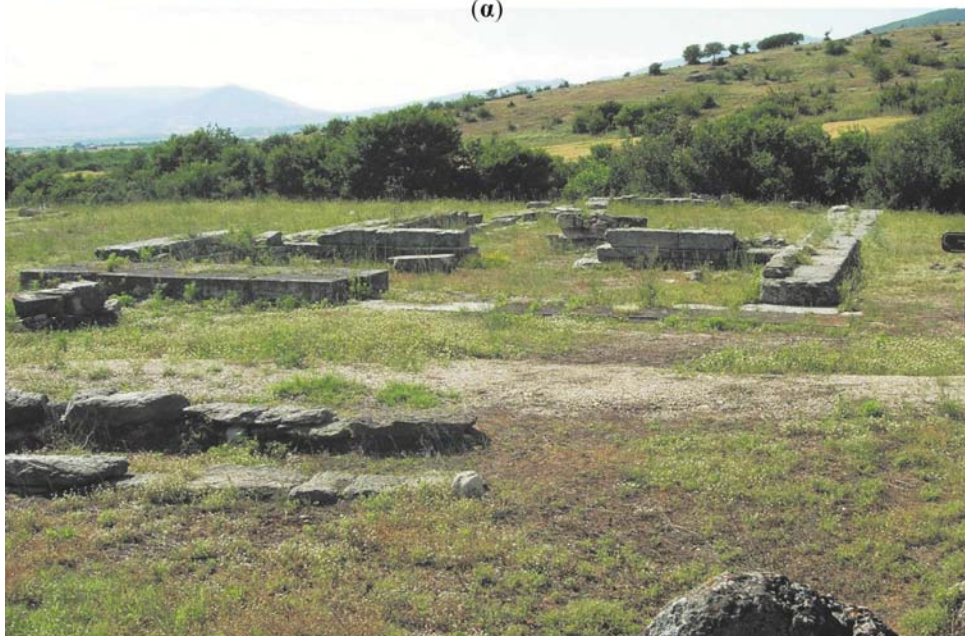
Η Περραιβική Τρίπολη δημιούργησε το "Κοινό των Τριπολιτών" με επικεφαλής στρατηγό, είχε κοινό νόμισμα, στρατό, κοινές τελετές και λατρευτικές εκδηλώσεις. Διαδραμάτιζε σημαντικό γεωπολιτικό ρόλο καθώς ήλεγχε τρεις κρίσιμες διαβάσεις μεταξύ Θεσσαλίας και Μακεδονίας: Τα Βολούστανα (στενά του Σαρανταπόρου) για την έξοδο στην Άνω Μακεδονία (Ελιμιώτιδα), μέσω Δολίχης προς Σέρβια και Κοζάνη, τα στενά της Πέτρας για την έξοδο στην Πιερία μέσω Πυθίου και Αγίου Δημητρίου και τη διάβαση της Αζώρου προς Καλαμπάκα – Τρίκαλα (Εστιαιώτιδα). Στην εκστρατεία του ο Ξέρξης (480 π.Χ.) χρησιμοποίησε τα στενά περάσματα για την κάθοδό του στη Θεσσαλία, παρακάμπτοντας τα Τέμπη σύμφωνα με τον Ηρόδοτο, πηγαίνοντας προς τις Θερμοπύλες. Ο Θουκυδίδης αναφέρει το πέρασμα



**Σχήμα 2.** Τμήμα χάρτη Περραιβικής Τρίπολης (ΓΥΣ): Φαίνονται οι τρεις πόλεις Πύθιο, Δολίχη, Αζώρο και στα βόρεια και βορειοδυτικά τα δύο στρατηγικά περάσματα που ήλεγχε η Τρίπολη (Πέτρας, Σαρανταπόρου) μεταξύ Θεσσαλίας και Μακεδονίας. Στα νοτιοανατολικά φαίνεται και το πέρασμα παράκαμψης των Τεμπών μέσω Λεπτοκαρνάς - Καλλιπεύκης – Καρνάς.



(α)



(β)

**Σχήμα 3.** Ο αρχαιολογικός χώρος του Πυθίου πίσω από το λόφο των Αγίων Αποστόλων(α) και μέρος των ερείπων των ναών(β), όπου και ο ναός του Απόλλωνα (αρχείο Α. Φωτίου)



του Βρασίδα κατά τη διάρκεια του Πελοποννησιακού πολέμου. Οι Αιτωλοί ως σύμμαχοι των ρωμαίων, γύρω στο 200 π.Χ. ληλάτησαν την περιοχή και άλλες μάχες π.χ. μεταξύ Μακεδόνων και Ρωμαίων έλαβαν επίσης χώρα στην περιοχή. Σαφείς αναφορές για την Περραιβική Τρίπολη δίνονται από τον Πολύβιο και κυρίως από τον Ρωμαίο ιστορικό Τίτο Λίβιο στο έργο του «Ιστορία της Ρώμης, βιβλία 42 και 44».

Το αρχαίο Πύθιο, πιθανώς η σημαντικότερη πόλη της Τρίπολης, ήταν πολύ γνωστό ως τόπος λατρείας του Πυθίου Απόλλωνα. Βρίσκονταν δύο περίπου χιλιόμετρα νοτιοδυτικά της σημερινής θέσης, γύρω από το λόφο Άγιοι Απόστολοι, στις δυτικές υπώρειες του Ολύμπου και δίπλα στον κάμπο της μικρής πεδιάδας των Αυλών και της Τοπόλιανης. Η ΙΕ΄ Εφορεία Προϊστορικών και Κλασικών Αρχαιοτήτων της Λάρισας ([http://odysseus.culture.gr/h/3/gh351.jsp?obj\\_id=6766](http://odysseus.culture.gr/h/3/gh351.jsp?obj_id=6766)) έφερε στο φως τρεις ναούς, τον έναν δίπλα στον άλλον, πριν από 15 περίπου χρόνια: του Πυθίου Απόλλωνα, του Ποσειδώνα Πατρώου και της Αρτέμιδος (Σχήμα 3). Οι ναοί χρονολογούνται στην εποχή του ρωμαίου αυτοκράτορα Οκταβιανού Αυγούστου ενώ υπήρχε και προγενέστερη κατασκευαστική φάση. Πιθανώς λόγω των εμφυλίων πολέμων των ρωμαίων κατά τον 1<sup>ο</sup> π. Χ. αιώνα οι παλαιότεροι ναοί καταστράφηκαν. Πλήθος επιγραφών και γλυπτών, από το αρχαιότερο ιερό του Απόλλωνα, βρέθηκαν στην υποδαπέδια επίχωση του μεταγενέστερου ναού. Στον ιστότοπο (<http://epigraphy.packhum.org/inscriptions/main>) ο αναγνώστης μπορεί να αναζητήσει πλήθος επιγραφών της Περραιβικής Τρίπολης και του ιερού του Απόλλωνα όπου σε αρκετές καταγράφεται η ονομασία Πύθιο. Ενδιαφέροντα ευρήματα, έχουμε και στους αρχαιολογικούς χώρους της Δολίχης (θέση Καστρί) και της Αζώρου.

Επισημαίνεται ότι στη Γεωγραφία του, ο σπουδαίος έλληνας αστρονόμος και γεωγράφος Κλαύδιος Πτολεμαίος (108–168 μ.Χ.), περιλαμβάνει τις πόλεις της Περραιβικής Τρίπολης με γεωγραφικές συντεταγμένες (μήκος, πλάτος), με τις ονομασίες Pythium, Doliche, Azorium ή Πύθαιον/Πύθειον, Δολίχη, Αζώριον (Σχήμα 4, Πίνακας 1). Η γεωγραφία του Πτολεμαίου, βλ. π.χ. Karl Friedrich August Nobbe (1843), Stevenson, (1991), αποτελούμενη από 8 βιβλία, 27 χάρτες και περίπου 6000 τοπωνύμια με γεωγραφικές συντεταγμένες της τότε γνωστής οικουμένης, υπήρξε πολύτιμο διδακτικό σύγγραμμα για αρκετούς αιώνες στη Δύση, όπου μεταφέρθηκε από Βυζαντινούς λόγιους τον 14<sup>ο</sup> αιώνα.

Περισσότερες λεπτομέρειες και στοιχεία σχετικά με την Περραιβία και την Περραιβική Τρίπολη, δίνουν και οι: Αδάμου (1997), Εκδοτική Αθηνών - «Ιστορία του Ελληνικού Έθνους-Ελληνιστικοί Χρόνοι» (1974), Λιόλιος (2010), Τσακνάκης (2013), Φωτίου (2011, 2014), ΙΕ΄ Εφορεία Προϊστορικών και Κλασικών Αρχαιοτήτων Λάρισας ([http://odysseus.culture.gr/h/3/gh352.jsp?obj\\_id=6766](http://odysseus.culture.gr/h/3/gh352.jsp?obj_id=6766)), Leake (1835), Pritchett (1961). Επίσης ενδιαφέροντα θέματα αρχαιολογικού ενδιαφέροντος μπορούν να αναζητηθούν σε εργασίες ελλήνων αρχαιολόγων, όπως του Ν. Γεωργιάδη και Α. Αρβανιτόπουλου (τέλη 19<sup>ου</sup> αρχές 20<sup>ου</sup> αιών.), και νεωτέρων που ασχολήθηκαν με πρόσφατες ανασκαφές, Α. Τζιαφάλια, Λ. Δεριζιώτη και Σπ. Κουγιουμτζόγλου.



Σχήμα 4. Η Περραιβική Τρίπολη στη Γεωγραφία του Πτολεμαίου (χάρτης από την έκδοση του Στρασβούργου του 1525)

Πίνακας 1. Η Περραιβική Τρίπολη σε γεωγραφικές συντεταγμένες (λ, φ)

	Τιμές Πτολεμαίου	Σημερινές τιμές
ΑΖΩΠΙΟΝ	(47° 15', 39° 30')	(22° 05', 39° 59')
ΔΟΛΙΧΝΗ	(47° 30', 39° 40')	(22° 07', 40° 03')
ΠΥΘΑΙΟΝ	(47° 50', 39° 30')	(22° 13', 40° 03')

Η μεγάλη διαφορά στα γ.μήκη λ (~ 25° 23') οφείλεται σε διαφορετικό μεσημβρινό αναφοράς.

## 2.2. Η επιγραφή στο ιερό του Απόλλωνα και η εκτίμηση του ύψους κορυφής Ολύμπου

Ο Ρωμαίος στρατηγός Αιμίλιος Παύλος, προκειμένου να οργανώσει την επίθεση εναντίον Μακεδόνα βασιλιά Περσέα, πληροφορήθηκε ενώ βρισκόταν για μέρες άπραγος στο Ηράκλειο (Πλαταμώνας), ότι το δύσκολο πέρασμα της Περραιβίας από το Πύθιο και την Πέτρα προς την Πιερία δεν ήταν επαρκώς φυλασσόμενο. Έτσι λοιπόν ο Σκηπίωνας Νασικός ανέλαβε να κινηθεί προς το Πύθιο και στη συ-

νέχεια στην Πέτρα, μέσω διάβασης από τον ανατολικό στο δυτικό Όλυμπο, πιθανότατα ακολουθώντας τη διαδρομή Πλαταμώνας - Καλλιπεύκη - περιοχή τώος λίμνης Ασκουρίδας - περιοχή Καρυάς - Σπαρμού - Ολυμπιάδας - Πύθιο. Ο Νασικάς στατοπέδευσε για ανάπαυση στο Πύθιο και στη συνέχεια κινήθηκε μέσω του στενού της Πέτρας προς την Πιερία (Τίτος Λίβιος, Πλούταρχος) κάνοντας κυκλωτική κίνηση. Ακολούθησε η φονική μάχη της Πύδνας (22 Ιουνίου 168 π.Χ.) κατά την οποία ο Περσέας ηττήθηκε και η Μακεδονία πέρασε στην κυριαρχία των Ρωμαίων, έχοντας πλέον οι ρωμαίοι κατακτήσει όλον τον ελλαδικό χώρο.

Κατά την ανάπαυση και διανυκτέρευση των Ρωμαίων στο Πύθιο, στους δυτικούς πρόποδες του Ολύμπου, ο Πλούταρχος στο έργο του «Βίοι Παράλληλοι – Τιμολέων και Αιμίλιος Παύλος» αναφέρει ότι εκεί βρίσκεται το ιερό του Πυθίου Απόλλωνα, από όπου ο Ξεναγόρας μέτρησε το ύψος κορυφής του Ολύμπου και το βρήκε πάνω από δέκα στάδια, σύμφωνα με την επιγραφή που υπήρχε στο ναό. Μάλιστα, διερωτάται, ο Πλούταρχος, ότι 'αν και οι γεωμέτρεις λένε ότι ύψος βουνού ή βάθος θαλάσσης δεν ξεπερνάει τα δέκα στάδια, φαίνεται πώς ο Ξεναγόρας έκανε τις μετρήσεις μεθοδικά και με τη χρήση οργάνων'. Προκύπτει λοιπόν ότι η μέτρηση του Ξεναγόρα έγινε πριν από το 168 π.Χ. (Μάχη Πύδνας).

Στο Σχήμα 5 το τμήμα του κειμένου του Πλούταρχου που αφορά τη σχετική επιγραφή φαίνεται στο εσωτερικό πλαίσιο ενώ στο Σχήμα 6 δίνεται η μετάφρασή του από τον Αν. Λαζάρου. Η μέτρηση της υψομετρικής διαφοράς δίνεται σε στάδια,

στρατόπεδον τῶν πολεμίων. Ἐπει δ' ἐδείπνησαν οἱ στρατιῶται καὶ σκότος ἐγένετο, τοῖς ἡγεμόσι φράσας τὸ ἀληθές ἤγε διὰ νυκτός τὴν ἐναντίαν ἀπὸ θαλάττης, καὶ καταλύσας ἀνέπανε τὴν στρατιὰν ὑπὸ τὸ Πύθιον. Ἐνταῦθα τοῦ Ὀλύμπου τὸ ὕψος ἀνατείνει πλέον ἢ δέκα σταδίου· σημαίνεται δὲ ἐπιγράμματι τοῦ μετρήσαντος οὕτως·

Ὀλύμπου κορυφῆς ἐπι Πυθίου Ἀπόλλωνος  
 ἱερὸν ὕψος ἔχει (πρὸς τὴν κάθετον δ' ἐμετρήθη),  
 πλήρη μὲν δεκάδα σταδίων μίαν, αὐτὰρ ἐπ' αὐτῇ  
 πλῆθρον τετραπέδω λειπόμενον μεγέθει.  
 Εὐμήλου δέ μιν υἱὸς ἐθήκατο μέτρα κελεύθου  
 Ξεναγόρης· σὺ δ', ἄναξ, χαῖρε καὶ ἐσθλὰ δίδου).  
 Καίτοι λεγούσιν οἱ γεωμετρικοὶ μῆτε ὄρους ὕψος μῆτε βάθος  
 θαλάσσης ὑπερβάλλειν δέκα σταδίου. Ὁ μὲντοι Ξεναγόρας  
 οὐ παρέργως, ἀλλὰ μεθόδω καὶ δι' ὀργάνων εἰληφέναι δοκεῖ  
 τὴν μέτρησιν.

**Σχήμα 5.** Αναφορά Πλούταρχου και Επιγραφή για τη μέτρηση κορυφής του Ολύμπου στο ιερό του Πυθίου Απόλλωνα

πλέθρα και πόδες ώστε συνολικά να αθροίζεται σε 6096 πόδες. Η μετατροπή της μέτρησης σε μέτρα και η σύγκρισή της με ακριβείς τιμές φαίνεται αναλυτικά στον Πίνακα 2. Τις ίδιες σχεδόν εκτιμήσεις διατυπώνουν οι Kurz (1923), Lewis (2001) καθώς και ο δημοσιογράφος μελετητής του Πυθίου Γ. Αδάμου (1994).

Μία λανθασμένη ερμηνεία που έγινε από κάποιους μελετητές και ιστορικούς για τη μέτρηση του Ξεναγόρα θεωρεί ότι ο Ξεναγόρας μέτρησε την υψηλότερη κορυ-

*Πίνακας 2.: Εκτίμηση υψομέτρων και ακριβειών με βάση τη μέτρηση του Ξεναγόρα*

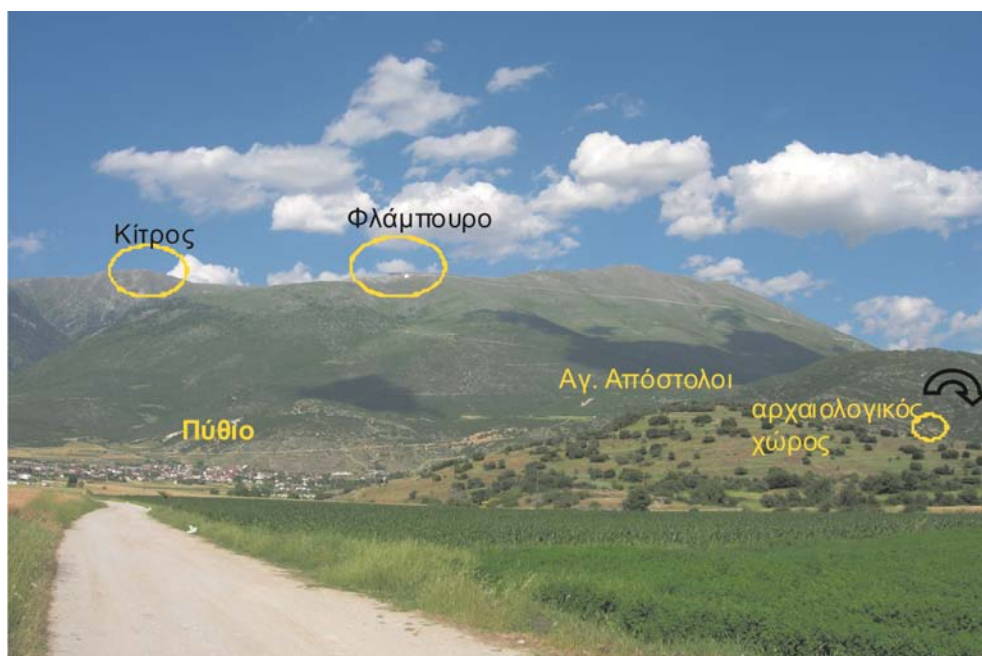
<p><b>Μέτρηση ύψους κορυφής Δυτικού Ολύμπου από τον Ξεναγόρα στη θέση του ναού του Πυθίου Απόλλωνα στο αρχαίο Πύθιο της Περραιβικής Τρίπολης</b></p> <p>Ο Ξεναγόρας μέτρησε την υψομετρική διαφορά από τον ναό του Πυθίου Απόλλωνα προς την υψηλότερη ορατή κορυφή Φλάμπουρο από τη Δυτική πλευρά του Ολύμπου</p> <p><u>Μέτρηση υψομετρικής διαφοράς σε πόδες σύμφωνα με την επιγραφή</u> 10 στάδια (= 6000 πόδες) + 1 πλέθρο (=100 πόδες) – 4 πόδες = <b>6096 πόδες</b>.</p> <p><u>Αντιστοιχία πόδα με μέτρα (συνήθεις τιμές της εποχής)</u> 1 αττικός πόδας = 0.3083 m 1 ολυμπιακός πόδας = 0.3205 m</p> <p><u>Υψομετρική διαφορά από τον Ξεναγόρα σε μέτρα</u> 6096 x 0.3083 = <b>1879</b> m, σύμφωνα με το αττικό στάδιο 6096 x 0.3205 = <b>1954</b> m, σύμφωνα με το ολυμπιακό στάδιο</p> <p><u>Υψόμετρα από τη μέση στάθμη της θάλασσας</u> ναού Πυθίου Απόλλωνα (ακριβής τιμή) = 600 m (ακρίβεια μερικά μέτρα) κορυφής Φλάμπουρου (ανηγμένη τιμή με το αττικό στάδιο) = 1879 + 600 = = <b>2479</b> m κορυφής Φλάμπουρου (ανηγμένη τιμή με το ολυμπιακό στάδιο) = 1954 + 600 = = <b>2554</b> m κορυφής Φλάμπουρου (ακριβής τιμή) = <b>2473</b> m.</p> <p>Η υψηλότερη κορυφή που είναι ορατή από την περιοχή του ναού του Απόλλωνα (Αυλές, Αγ. Απόστολοι, Τοπόλιανη) είναι το Φλάμπουρο.</p> <p><u>Απόκλιση τιμών Ξεναγόρα από την ακριβή τιμή</u> 2479 – 2473 = 6 m 2554 – 2473 = 81 m</p> <p>Σφάλμα της τάξης του <b>2%</b> ή των <b>50 μέτρων</b>, τιμή που δηλώνει μεγάλη ακρίβεια για την εποχή εκείνη.</p>
---

στο Πύθιον, όπου ανάπαυσε τὸ στράτευμά του. Ἐδῶ τὸ ὕψος τοῦ Ὀλύμπου ξεπερνάει τὰ δέκα στάδια <sup>(44)</sup>, καθὼς δηλώνει αὐτὸ τὸ ἐπίγραμμα ἐκείνου ποὺ τὸ μέτρησε :

«Ἐκεῖ ποὺ βρίσκεται ὁ ναὸς τοῦ Πυθίου, τὸ ὕψος τῆς κορυφῆς τοῦ Ὀλύμπου κάθετο εἶναι δέκα σταδίων καὶ ἐνὸς πλέθρου <sup>(45)</sup> ἐκτὸς μόνον 4 ποδῶν. Τὰ μέτρα τὰ βρῆκε ὁ Ξεναγόρας, ὁ γιὸς τοῦ Εὐμήλου. Χαῖρε καὶ σὺ, βασιλιά, ποὺ δίνεις ἄφθονα τὰ ἀγαθὰ».

Ἄν καὶ οἱ ἀσχολούμενοι μὲ τὴ γεωμετρία λένε πὼς μήτε ὕψος βουνοῦ μήτε βάθος θαλάσσης ξεπερνάει τὰ δέκα στάδια. Φαίνεται ὅμως πὼς ὁ Ξεναγόρας ἔκαμε τὴν καταμέτρηση ὄχι πρόχειρα, ἀλλὰ μεθοδικὰ καὶ χρησιμοποιῶντας ὄργανα.

*Σχῆμα 6. Μετάφραση Αν. Λαζάρου, στην Αναφορά του Πλούταρχου του Σχήματος 5.*



*Σχῆμα 7. Οι κορυφές Φλάμπουρο (υψηλότερη) και Κίτρος που είναι ορατές από τον ναό του Πυθίου Απόλλωνα, που βρίσκεται πίσω από τον λόφο των Αγίων Αποστόλων, και από τη γειτονική πεδιάδα (Αυλές, Τοπόλιανη).*

φή του Ολύμπου, που είναι ο Μύτικας με ακριβή τιμή 2917 m. Κάτι τέτοιο προφανώς δεν έγινε επειδή από τη θέση του ναού του Πυθίου Απόλλωνα ή από τη μικρή πεδιάδα πλησίον του ναού δεν είναι ορατή η υψηλότερη κορυφή του Ολύμπου και άλλες επίσης υψηλές κορυφές. Πιθανώς το γεγονός αυτό δεν ήταν γνωστό σε κάποιους μελετητές, όπως στον ιστορικό των μαθηματικών καθηγητή F. Cajori (1929) που συγκρίνει τη μέτρηση ύψους του Ξεναγόρα (1879 m με το αττικό στάδιο) με το ύψος του Μύτικα (2930 m κατ' αυτόν) και υπολογίζει λάθος 36%, δηλαδή ότι ο Ξεναγόρας βρήκε το ύψος του Ολύμπου κατά 36% μικρότερο από το πραγματικό! Άλλα λάθη ερμηνείας θεωρούν τη θέση του ναού του Απόλλωνα να είναι κάποια κορυφή ή η υψηλότερη κορυφή και όχι εκεί που έχει βρεθεί (Πύθιο) με τις πρόσφατες ανασκαφές, αν και ήταν γνωστή από παλαιότερα η προσεγγιστική θέση με βάση τα προγενέστερα ευρήματα και τις ιστορικές πηγές.

Την ορθή άποψη για τη μέτρηση του Ξεναγόρα υποστηρίζει πρώτος ο Βρετανός περιηγητής, τοπογράφος W. Leake (1835) και στη συνέχεια ο Ελβετός τοπογράφος μηχανικός M. Kurz (1923) με την περίφημη μονογραφία του για τη χαρτογράφηση του κεντρικού όγκου του Ολύμπου μετά από ανάθεση του έργου αυτού από την τότε ελληνική κυβέρνηση. Τις ίδιες θέσεις αποδέχεται και ο M. Lewis (2001).

### **3. Μεθοδολογική προσέγγιση της μέτρησης του Ξεναγόρα και εκτίμηση ακρίβειας**

Την εποχή του Ξεναγόρα, 3ος - 2ος π.Χ. αιώνες, πρέπει να χρησιμοποιούνταν κάποια παραλλαγή της διόπτρας, η οποία μάλλον δεν είχε τα βελτιωμένα χαρακτηριστικά και τις δυνατότητες που περιγράφονται από τον Ήρωνα τον Αλεξανδρέα (1ος αιών. μ.Χ.) στο περίφημο έργο του "ΔΙΟΠΤΡΑ", δύο περίπου αιώνες αργότερα. Η διόπτρα της αρχαιότητας υπήρξε ο πρόδρομος του θεοδολίχου και χρησιμοποιήθηκε για αρκετούς αιώνες μέχρι να λάβει τη σημερινή μορφή του σύγχρονου θεοδολίχου. Στο Σχήμα 8 δίνονται δύο αναπαραστάσεις της διόπτρας του Ήρωνα, που περιγράφονται από τον J.B. Venturi το 1814 (αριστερά στο σχήμα) και από τον H. Schöne το 1903 (δεξιά στο σχήμα) (βλ. π.χ. Κηπουρός 2000, Ρωσικόπουλος 2006). Η διόπτρα που πιθανώς χρησιμοποιήθηκε από τον Ξεναγόρα είχε οπωσδήποτε ένα σκοπευτικό άξονα για την χάραξη ευθυγραμμίων, ορθών γωνιών και την υλοποίηση οριζοντίου επιπέδου ενώ μπορούσε με απλές διατάξεις να κατακορυφωθεί πάνω από σημείο του εδάφους. Επειδή εκείνη την εποχή η άμεση μέτρηση γωνιών δεν μπορούσε να γίνει με τη διόπτρα, μετρούνταν με καλή ακρίβεια οι οριζόντιες αποστάσεις, μικρού σχετικά μεγέθους, ώστε με τη βοήθεια των ομοίων τριγώνων να υπολογίζονται άλλες αποστάσεις και μάλιστα πολύ μεγάλου μήκους. Επίσης, υπολογίζονταν και υψομετρικές διαφορές σημείων που απέχουν λίγο μεταξύ τους έτσι ώστε σε συνδυασμό με τη μέτρηση κατακορύφων αποστάσεων σε ξύλινους κανόνες και με τη βοήθεια ομοίων τριγώνων να υπολογίζονται μεγάλο μεγέθους υψομετρικές διαφορές.



Στην *Πρόταση 8* το ζητούμενο είναι η μέτρηση της οριζόντιας απρόσιτης απόστασης  $x = (B\Pi)$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 9. Η μετρητική διαδικασία και ο υπολογισμός της έχει ως εξής: Τοποθετούμε - κατακορυφώνουμε (νήμα στάθμης) τη διόπτρα στο σημείο B, σκοπεύουμε το απρόσιτο σημείο A (κορυφή βουνού), και ορίζουμε την ευθυγραμμία (Π-B-Γ) κατά την αντίθετη φορά, οπότε υλοποιούμε το σημείο Γ με τη βοήθεια ξύλινου κανόνα και μετράμε τη σχετικά μικρή οριζόντια απόσταση  $\alpha = (B\Gamma)$ . Ενώ η διόπτρα βρίσκεται στο σημείο B ορίζουμε κάθετα προς την (Π-B-Γ) τη διεύθυνση (B-Δ) (ευθεία  $\epsilon_1$ ), με τη βοήθεια ξύλινου κανόνα, οπότε υλοποιούμε το σημείο Δ και μετράμε τη σχετικά μικρή οριζόντια απόσταση  $\beta = (B\Delta)$ . Στη συνέχεια, με τη διόπτρα στο σημείο Γ και με όμοιο τρόπο, ορίζουμε τη διεύθυνση ( $\epsilon_2$ ) να είναι κάθετη στην (Π-B-Γ), υλοποιούμε σημείο E, και μετράμε τη σχετικά μικρή οριζόντια απόσταση  $\gamma = (\Gamma E)$ .

Με τη βοήθεια των ομοίων τριγώνων, η οριζόντια απόσταση  $x$  θα δίνεται από τη σχέση,

$$\frac{x}{\beta} = \frac{x + \alpha}{\gamma} \Rightarrow x = \frac{\alpha\beta}{\gamma - \beta} \quad (3.1)$$

Είναι φανερό από την (3.1) ότι οι αποστάσεις  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  θα πρέπει να είναι αρκούντως μικρές έτσι ώστε να μπορεί η αναφερθείσα εργασία να υλοποιηθεί σε μια συγκεκριμένη περιοχή η οποία θα πρέπει να είναι σχετικά επίπεδη και οριζόντια για πρακτικούς λόγους, π.χ. μία πεδιάδα με διαστάσεις τουλάχιστον μερικές δεκάδες ή και εκατοντάδες μέτρα.

Εφαρμόζοντας το νόμο μετάδοσης των σφαλμάτων στην (3.1), και θεωρώντας την αβεβαιότητα (τυπική απόκλιση) ίδια για τις μετρηθείσες αποστάσεις  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  και ίση με  $\sigma^2$ , προκύπτει,

$$\sigma_x^2 = \sigma^2 \left[ \left( \frac{\beta}{\gamma - \beta} \right)^2 + \left( \frac{\alpha\gamma}{(\gamma - \beta)^2} \right)^2 + \left( \frac{\alpha\beta}{(\gamma - \beta)^2} \right)^2 \right] \quad (3.2)$$

$$\text{ή} \quad \sigma_x = \sqrt{[q_1^2 + q_2^2 + q_3^2]} \cdot \sigma \quad (3.3)$$

με προφανείς τις αντιστοιχίες.

Για να διερευνήσουμε την επίδραση των σφαλμάτων των μετρήσεων αλλά και του σχεδιασμού/γεωμετρίας στην εκτίμηση της αβεβαιότητας της απρόσιτης απόστασης  $x$ , θα πρέπει να εξετάσουμε έναν ρεαλιστικό σχεδιασμό. Γνωρίζουμε ότι η οριζόντια απόσταση  $x$  από τον αρχαιολογικό χώρο του Πυθίου ( ιερό, Αυλές, Τοπόλι-αναη, Άγιοι Απόστολοι) είναι περίπου 7 km. Έτσι, από την (3.1), προκύπτει ότι

$$\beta = \frac{x(\gamma - \beta)}{\alpha} = \frac{7000}{\alpha}(\gamma - \beta) . \quad (3.4)$$



Για κατάλληλες τιμές των  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  με προσοχή στο μέγεθος της διαφοράς ( $\gamma-\beta$ ), μπορούμε μετά από μερικές προσεγγίσεις, να καταλήξουμε σε έναν ικανοποιητικό σχεδιασμό για τη συγκεκριμένη περιοχή, π.χ. με τις επιλογές:

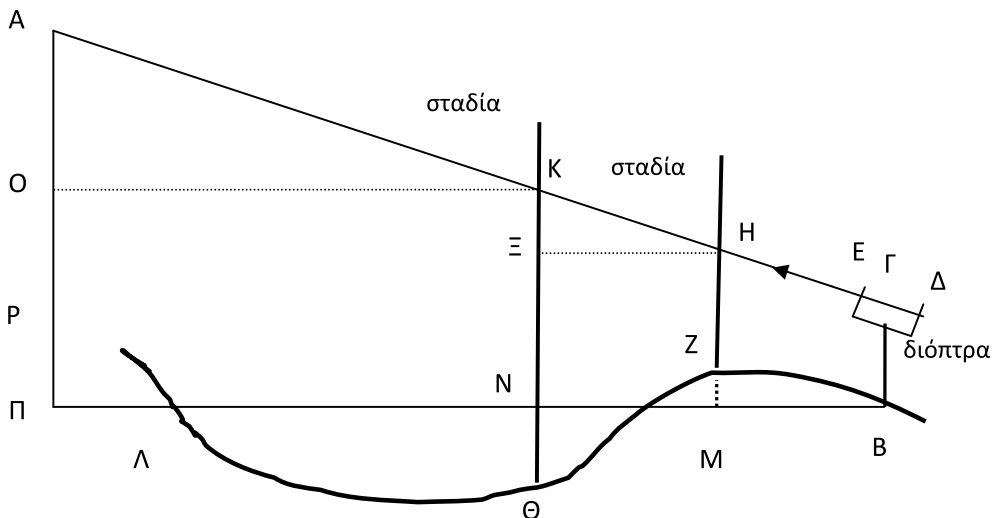
$$\alpha = 250 \text{ m} \quad (\gamma-\beta) = 10 \text{ m} \quad \text{οπότε,} \quad \beta = 280 \text{ m} \quad \gamma = 290 \text{ m}$$

Με αυτές τις τιμές για τα μήκη  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , από την (3.4) προκύπτει,

$$\sigma_x = 1000 \sigma \quad (3.5)$$

από όπου υπολογίζεται η αβεβαιότητα της οριζόντιας απόστασης  $x$  συναρτήσει της αβεβαιότητας  $\sigma$ . Για τα παραπάνω μήκη και θεωρώντας ρεαλιστικές τιμές για την αβεβαιότητα  $\sigma$ , π.χ. της τάξης των 2 έως 10 cm, προκύπτει αβεβαιότητα της τάξης των μερικών δεκάδων μέτρων στην οριζόντια "απρόσιτη" απόσταση. Δηλαδή, αβεβαιότητα από περίπου 20 m έως 100 m, τιμές λογικές και συμβατές με τον υπολογισμό του Ξεναγόρα, όπως θα φανεί παρακάτω με την ολοκλήρωση της μετρητικής διαδικασίας.

Η μέτρηση της υψομετρικής διαφοράς, ή του ύψους βουνού από μια επιφάνεια αναφοράς, ολοκληρώνεται με μια μέθοδο σύμφωνα με την *Πρόταση 12* του Ήρωνα. Με βάση το Σχήμα 10 η ζητούμενη υψομετρική διαφορά μεταξύ του σημείου B και του ορατού αλλά απρόσιτου σημείου A (π.χ. κορυφή βουνού) είναι η κατακόρυφη απόσταση (ΑΠ). Η μέθοδος μέτρησης εφαρμόζεται ως εξής: Κατακορυφώνουμε τη διόπτρα στο σημείο B, σκοπεύουμε το σημείο A και υλοποιούμε σε μινων), τα σημεία Z και Θ του εδάφους σε τυχαίες θέσεις. Τα σημεία Z και Θ ή οι



**Σχήμα 10:** Μετρικά-Διόπτρα Ήρωνος Αλεξανδρέως: Πρόταση 12: Να υπολογιστεί η κατακόρυφη απόσταση (ΑΠ) ενός ορατού σημείου (A) από το οριζόντιο επίπεδο του παρατηρητού (B) χωρίς να προσεγγίσουμε το ορατό σημείο (A). (πηγή Κηπουρός 2000, Lewis 2001, Τσιμπουράκης 2002)

κρή απόσταση από το Β, με τη βοήθεια δύο σταδίων (αριθμημένων ξύλινων κανόνι- αντίστοιχες σταδίες κείνται στο κατακόρυφο επίπεδο που περιέχει την κατακόρυφο (ΑΠ) και το σημείο Β ή την κατακόρυφο (ΒΓ)).

Έστω Μ, Ν οι προβολές των Ζ και Θ στο οριζόντιο επίπεδο του Β, (ΒΠ) η οριζόντια απόσταση, Κ και Η τα σημεία (ενδείξεις κανόνων) κατά την σκόπευση και Ξ και Ο οι προβολές των Η και Κ αντιστοίχως στις κατακόρυφες όπως φαίνεται στο Σχήμα 10. Μεταξύ του Β και των Ζ, Θ μπορούν να μετρηθούν εύκολα οι υψομετρικές διαφορές, σχεδόν παρόμοια με τη σημερινή γεωμετρική χωροστάθμιση (χρήση διόπτρας ως χωροβάτης), όπως περιγράφεται από μία άλλη Πρόταση του Ήρωνα, την Πρόταση 6. Έτσι υπολογίζονται οι υψομετρικές διαφορές (ΜΖ) και (ΘΝ) από τις οποίες υπολογίζονται τα μήκη (ΜΗ) = (ΜΖ) + (ΖΗ), (ΝΚ) = (ΘΚ) - (ΘΝ) και στη συνέχεια το μήκος (ΞΚ) = (ΝΚ) - (ΜΗ). Με βάση την Πρόταση 8, υπολογίζεται η οριζόντια απόσταση (ΒΠ). Ακόμα, η απόσταση (ΞΗ) = (ΜΝ) μπορεί να υπολογιστεί εύκολα, π.χ. από τη διαφορά των μετρήσεων (ΒΝ), (ΒΜ), οπότε και η (ΟΚ) = (ΠΝ) είναι επίσης γνωστή. Τελικά από τα όμοια τρίγωνα (Α-ΟΚ) και (ΞΗΚ) υπολογίζεται η κατακόρυφη απόσταση (ΑΟ),

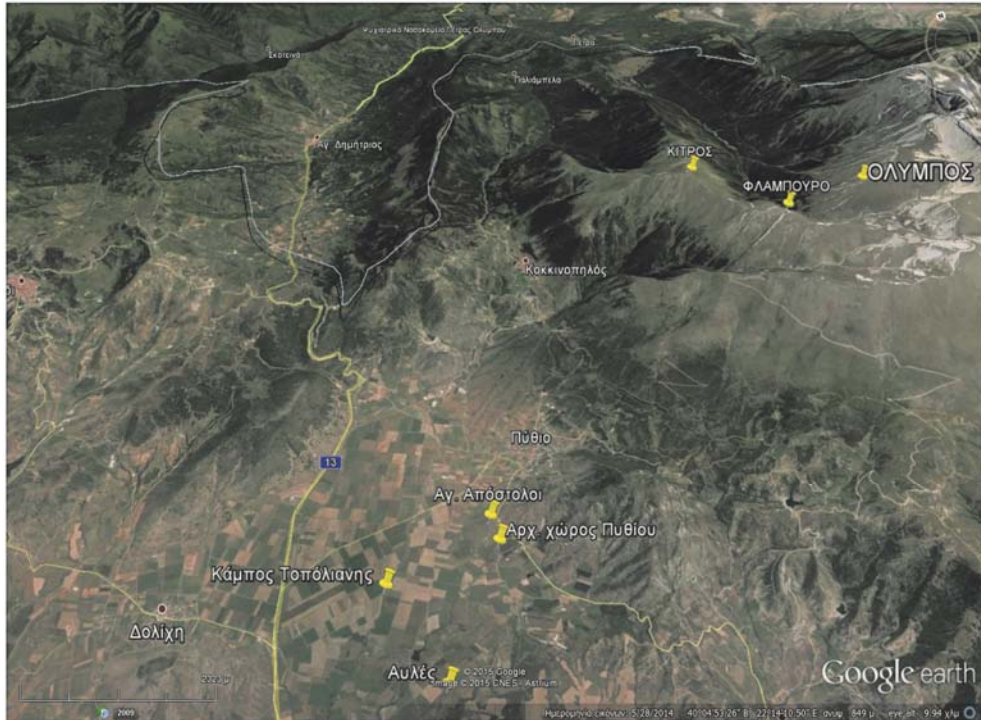
$$\frac{(ΑΟ)}{(ΟΚ)} = \frac{(ΞΚ)}{(ΞΗ)} \Rightarrow (ΑΟ) = (ΟΚ) \frac{(ΞΚ)}{(ΞΗ)} \quad (3.6)$$

και δεδομένου ότι (ΟΠ) = (ΝΚ) η ζητούμενη υψομετρική διαφορά θα είναι, (ΑΠ) = (ΑΟ) + (ΟΠ).

Για την Πρόταση 12 η παράμετρος που επηρεάζει το σφάλμα της εκτίμησης της υψομετρικής διαφοράς είναι προφανώς η "απρόσιτη απόσταση" (ΒΠ) ή ισοδύναμα η (ΟΚ). Αν εφαρμόσουμε το νόμο μετάδοσης των σφαλμάτων στην (3.6) προκύπτει ότι για μια αβεβαιότητα (σφάλμα) στην "απρόσιτη" απόσταση της τάξης των μερικών δεκάδων μέτρων, μια ρεαλιστική υπόθεση όπως δείξαμε παραπάνω, και για ένα λόγο (ΞΚ)/(ΞΗ) αρκούντως μικρότερο της μονάδος, η αβεβαιότητα στην εκτίμηση της τελικής υψομετρικής διαφοράς θα κυμαίνεται από μερικά έως και μερικές δεκάδες μέτρα. Τα σφάλματα στις μετρήσεις μεταξύ των σημείων που απέχουν λίγο μεταξύ τους θεωρούνται σχεδόν αμελητέα, όπως και το σφάλμα της γήινης καμπυλότητας και διάθλασης

Τεκμηριώνεται, λοιπόν, η καταπληκτική ακρίβεια της μέτρηση του Ξεναγόρα, της τάξης των 50 m, από το ιερό του Πυθίου Απόλλωνα στην κορυφή Φλάμπουρο του Ολύμπου, που είναι η μόνη υψηλότερη και ορατή κορυφή από την πεδιάδα πλησίον του αρχαιολογικού χώρου του Πυθίου.

Σημειώνουμε ότι η έκταση του αρχαιολογικού χώρου του Πυθίου, όπου βρέθηκαν οι τρεις αρχαίοι ναοί, συμπεριλαμβανομένου του ιερού του Απόλλωνα, θα μπορούσε να καλύψει οριακά τον παραπάνω σχεδιασμό. Ευχέρεια όμως στον σχεδιασμό των μετρήσεων παρουσιάζει η μικρή πεδιάδα δίπλα στον αρχαιολογικό χώρο, σε απόσταση από 300 έως 1000 περίπου μέτρα (Σχ. 11).



*Σχήμα 11. Η ευρύτερη περιοχή του αρχαιολογικού χώρου του Πυθίου και του Δυτικού Ολύμπου*

Εάν όπως είναι αρκετά πιθανό, η μέτρηση να έγινε από την πεδιάδα, τότε ακολούθησε η χωροστάθμιση, εύκολη και ακριβής για σχετικά μικρές αποστάσεις, για τη μεταφορά του υψομέτρου στο επίπεδο του ναού του Απόλλωνα, όπου υπήρχε η επιγραφή που αναφέρει ο Πλούταρχος.

#### **4. Συμπεράσματα**

Η μέτρηση του ύψους μιας κορυφής του Δυτικού Ολύμπου από τον Ξεναγόρα, πιθανώς κατά την ελληνιστική περίοδο (3<sup>ος</sup> – 2<sup>ος</sup> αιώνες π.Χ.), επαληθεύεται σήμερα με μεγάλη ακρίβεια, ιδιαίτερα μετά την ταυτοποίηση του ναού του Πυθίου Απόλλωνα, ύστερα από τις τελευταίες αρχαιολογικές ανασκαφές της δεκαετίας του 1990 και του 2000.

Η μέτρηση αναφέρεται πιθανότατα στην υψηλότερη κορυφή του Δυτικού Ολύμπου με την ονομασία Φλάμπουρο, ορατή από το ναό του αρχαίου Πυθίου της Περραιβικής Τρίπολης. Το σφάλμα της μέτρησης είναι μικρότερο από 3%, της τάξης του 2% ή περίπου 50 μέτρων, με ακριβές υψόμετρο 2473 μέτρα. Η ιστορική πηγή του Πλούταρχου, στο έργο του Βίοι Παράλληλοι, συνδέεται με την ιστορική

μάχη της Πύδνας του 168 π.Χ. και την ύπαρξη της σχετικής επιγραφής στο ιερό του Πυθίου Απόλλωνα.

Η μεθοδολογία μέτρησης από τον Ξεναγόρα θα πρέπει να ομοιάζει αρκετά με εκείνες των Προτάσεων 8 και 12 που περιγράφει ο Ήρων στο περί Διόπτρας έργο του δύο περίπου αιώνες αργότερα και τη χρήση κάποιας μορφής διόπτρας.

Η διερεύνηση της επίδρασης των σφαλμάτων σε συνδυασμό με τη μετρητική διαδικασία και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της περιοχής του ναού του Απόλλωνα επιβεβαιώνουν την ακρίβεια της μέτρησης.

Η εκπληκτική ακρίβεια της μέτρησης του Ξεναγόρα σε συνδυασμό με την επαλήθευση των ιστορικών πηγών δικαιολογημένα κατατάσσουν τη μέτρηση αυτή ως την πρώτη επιστημονική και πλέον ακριβή υψομέτρηση βουνού στην αρχαιότητα.

## Βιβλιογραφία

- Αδάμου, Γ., 1994. Υψομετρήσεις και Χαρτογραφήσεις του Ολύμπου. Πρακτικά Γ' (1986) και Δ' (1988) Συνεδρίων *Ο Όλυμπος στους αιώνες*, σελ. 11-14. Πολιτιστικός Οργανισμός Δήμου Ελασσόνας, επιμέλεια έκδοσης Α. Κελέσης.
- Αδάμου, Γ., 1997. ΤΟ ΠΥΘΙΟΝ (ΣΕΛΛΟΣ) ΣΤΟ ΠΕΡΑΣΜΑ ΤΩΝ ΑΙΩΝΩΝ. Έκδοση Κοινότητα Πυθίου, σελ. 342.
- Cajori, F., 1929. *History of Determination of the Heights of Mountains*. Isis, Vol. 12, No. 3: 482-514.
- ΕΚΔΟΤΙΚΗ ΑΘΗΝΩΝ Α.Ε., 1974. ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΕΘΝΟΥΣ-ΕΛΛΗΝΙΣΤΙΚΟΙ ΧΡΟΝΟΙ. Τόμος Ε', σελ. 119-121.
- Karl Friedrich August Nobbe, 1843. *Γεωγραφία Πτολεμαίου*, ελληνική επανέκδοση Λειψίας.
- Kurz, M., 1923. *Le Mont Olympe (ΟΛΥΜΠΟΣ)*. Μετάφραση στα ελληνικά, εκδόσεις «μάτι», Κατερίνη, 2003, σελ. 223.
- Λαζάρου, Α., 1955. *ΠΛΟΥΤΑΡΧΟΥ ΒΙΟΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΙ: ΤΙΜΟΛΕΩΝ-ΑΙΜΙΛΙΟΣ ΠΑΥΛΟΣ*. Εκδ. οίκος Ι.Ν. ΖΑΧΑΡΟΠΟΥΛΟΥ, ΑΘΗΝΑΙ, επιμέλεια έκδοσης Ε.Π. Παπανούτσος, σελ.166.
- Leake, W.M., 1835. *TRAVELS in NORTHERN GREECE*. Vol. III, pp. 623
- Lewis, M.J.T., 2001. *Surveying Instruments of Greece and Rome*. Cambridge Univ. Press, 412 pp.
- Λιόλιος, Θ., 2010. *ΠΕΡΡΑΙΒΙΑ (Δολίχη-Άζωρος-Πύθιο-Δωδώνη)*. Εκδοτική 'Όλυμπος, Κατερίνη, σελ. 543.
- Titus Livius (Livy), *The History of Rome*, Book 44, chapter 35, translated, with notes and illustrations, by William A. McDevitte, York Street, 1850.
- <http://www.perseus.tufts.edu/hopper/text?doc=Perseus%3Atext%3A1999.02.0149%3Abook%3D44%3Achapter%3D35>

- Κηπουρός, Χ. Κ., 2000. *ΗΡΩΝΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ, ΜΕΤΡΙΚΑ - ΔΙΟΠΤΡΑ*. Μετάφραση-Σχόλια-Επιμέλεια Χ. Κηπουρός. Εκδόσεις Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, Αθήνα 2000, σελ. 327. Η μετάφραση αφορά στην έκδοση του οίκου Teubner της Λειψίας του 1903 με επιμέλεια του Herman Schöne.
- Kiepert, H., 1894. Ιστορικός χάρτης της Ελλάδας.  
<http://www.lib.uchicago.edu/e/collections/maps/kiepert/>
- Pritchett, W. K., 1961. *Xerxes' Route over Mount Olympos*. American Journal of Archaeology, Vol. 65, No. 4: 369-375.
- Ρωσικόπουλος, Δ., 2006. *Μέτρον Γεωμετρικόν – Η Ιστορία των Επιστημών της Αποτόπωσης*. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, σελ. 293.
- Stevenson, E.L. 1991. *Claudius Ptolemy The Geography* - with an introduction by prof. J. Fischer. Dover Publications.
- Στράβων, *Γεωγραφικά*, βιβλίο Θ, 5.19, 5.20 (<https://wiki.source.org/wiki/Γεωγραφικά/Θ>)
- Τόλιας, Γ., 2008. *Ιστορία της Χαρτογραφίας του Ελληνικού Χώρου 1420-1800. Χάρτες της Συλλογής Μαργαρίτας Σαμούρκα*. Ινστιτούτο Νεοελληνικών Ερευνών, Αθήνα, σελ.537.
- Τσακνάκης, Β. Β., 2013. *ΑΡΧΑΙΑ ΠΕΡΡΑΙΒΕΙΑ & ΠΕΡΡΑΙΒΙΚΗ ΤΡΙΠΟΛΙΣ. Αντανάκλασεις του Μύθου και της Ιστορίας*. Ανιστόρητον, Μονογραφίες (<http://www.anistor.gr/index.html>)
- Τσιμπουράκης, Δ., 2002. *ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΑΔΑ*. Εκδόσεις Αίολος, Αθήνα, σελ. 284.
- Φωτίου, Α., 2007. *Γεωμετρική Γεωδαισία – Θεωρία και Πράξη*. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, σελ. 467.
- Φωτίου, Α., 2011. *Χαρτογραφικές Αναμνήσεις Περραιβικής Τρίπολης. Από τον Πτολεμαίο έως τον Ρήγα Φεραίο*. Εκδήλωση, ΕΛΑΣΣΟΝΑ – ΟΛΥΜΠΟΣ – ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ 2011. ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ – ΔΗΜΟΣ ΕΛΑΣΣΟΝΑΣ-ΔΙΚΤΥΟ ΠΕΡΡΑΙΒΙΑΣ. Συνεδριακό Κέντρο ΔΕΘ «Ι. ΒΕΛΛΙΔΗΣ», Θεσσαλονίκη 9 Οκτωβρίου 2011.
- Φωτίου, Α., 2014. *Η χαρτογραφική απεικόνιση της Περραιβικής Τρίπολης στο πέρασμα των αιώνων. Από τη Γεωγραφία του Πτολεμαίου στη Χάρτα του Ρήγα*. Εκδήλωση, 7<sup>ο</sup> Φεστιβάλ 'Περραιβική Τρίπολις' Δολίχη, 12 Ιουλίου 2014. ([www.dolihi.gr](http://www.dolihi.gr))
- Υπουργείο Πολιτισμού, ΙΕ΄ Εφορεία Προϊστορικών και Κλασικών Αρχαιοτήτων ([http://odysseus.culture.gr/h/3/gh351.jsp?obj\\_id=6766](http://odysseus.culture.gr/h/3/gh351.jsp?obj_id=6766))  
<http://epigraphy.packhum.org/inscriptions/main>